

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Костромской государственный университет»

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ УСТОЙЧИВОСТИ

Направление подготовки 01.06.01 Математика и механика

Направленность: Дифференциальные уравнения, динамические системы и
оптимальное управление

Квалификация (степень) выпускника: Исследователь. Преподаватель-
исследователь

Кострома

Рабочая программа дисциплины «Математическая теория устойчивости» разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.06.01 Математика и механика (уровень подготовки кадров высшей квалификации), утвержденным приказом Министерства образования и науки РФ от 30 июля 2014 года № 866 с изменениями и дополнениями от 30 апреля 2015 года.

Разработал: Ширяев Кирилл Евгеньевич, доцент кафедры высшей математики, кандидат физико-математических наук, доцент

Рецензент: Землякова Ирина Владимировна, заведующий кафедрой высшей математики, доктор технических наук, профессор

УТВЕРЖДЕНО:

Заведующий кафедрой
высшей математики



Землякова Ирина Владимировна,
доктор технических наук, профессор

ПРОГРАММА ПЕРЕУТВЕРЖДЕНА:

На заседании кафедры высшей математики

Протокол заседания кафедры № 5 от 28 января 2021 г.

Заведующий кафедрой высшей математики



подпись

Матьцина Т. Н., к. ф.-м. н., доцент

1. Цели и задачи освоения дисциплины

Курс «Математическая теория устойчивости» является специальным математическим курсом для аспирантов направленности 01.01.02 «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление». Курс является продолжением курсов «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление», «Теория показателей» и базируется на них (главным образом, на первом), однако имеет и свою собственную специфику. В самом деле, понятие устойчивости, впервые введенное А.М. Ляпуновым именно как свойство решений дифференциальных уравнений, приобретает огромное значение в последнее время в таких областях, как экономика, социология и этиология, не говоря уж о традиционном применении этого понятия в физике, механике и химии. Некоторое время курса следует уделить тем понятиям качественной теории обыкновенных дифференциальных уравнений (фазовый портрет и т.п.), которые затрагиваются в курсе «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление», однако осветить их следует с точки зрения устойчивости (примеры фазовых портретов являются прекрасной иллюстрацией явления устойчивости).

Целью данного курса является формирование у аспиранта способности к применению системных теоретических знаний, умений и практических навыков в дисциплине «Математическая теория устойчивости».

Задачи данного курса:

- выработать четкое владение языком теории устойчивости, в частности, терминологией Ляпунова (освоение знаний);
- дать стройное понимание теории классической устойчивости решений обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем (освоение знаний);
- научить производить главные действия теории устойчивости, исследовать на устойчивость различные виды систем, используя их особые свойства (формирование и развитие умений и навыков);
- дать физические и геометрические приложения понятий теории устойчивости, их использование при математическом моделировании (формирование и развитие умений и навыков);
- научить применять схемы теории классической устойчивости при решении прикладных задач (формирование и развитие умений и навыков).

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

Аспиранты, завершившие изучение дисциплины «Математическая теория устойчивости», должны **знать**:

- основные понятия теории устойчивости, виды устойчивости и методы исследования;
- теорему Ляпунова об устойчивости по первому приближению в различных формулировках;
- первый и второй методы Ляпунова исследования систем дифференциальных уравнений на устойчивость;
- главные понятия и теоремы теории показателей в области их приложения к теории устойчивости.

Аспиранты, завершившие изучение дисциплины «Математическая теория устойчивости», должны **уметь**:

- определять тип системы (автономная, неавтономная, линейная и т. д.) и выбирать правильный метод исследования на устойчивость;

- составлять функцию Ляпунова и с ее помощью исследовать устойчивость решений;
- линеаризовывать нелинейные системы около положения равновесия;
- применять теорему Ляпунова и определять по характеристическим числам тип фазового портрета и его устойчивость.

Аспиранты, завершившие изучение дисциплины «Математическая теория устойчивости», должны **владеть**:

- методами исследования системы на разные виды устойчивости;
- методикой нахождения показателей Ляпунова и с их помощью исследования системы на условную устойчивость;
- методикой нахождения генерального показателя и исследования системы на равномерную устойчивость.

Аспиранты, завершившие изучение дисциплины «Математическая теория устойчивости», должны **освоить компетенции**:

- ОПК-1 (способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий);
- ПК-2 (способность использовать смежные области современной математики при постановке и решении задач специализации).

3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина «Математическая теория устойчивости» относится к вариативной части учебного плана, к обязательным дисциплинам. Изучается в 4 и 5 семестрах. Дисциплина обеспечивает приобретение компетенций в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта нового поколения.

Изучение дисциплины основывается на ранее освоенных дисциплинах/практиках:

- «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление», «Теория показателей» (для компетенции ОПК-1);
- «Теория показателей» (для компетенции ПК-2).

Изучение дисциплины является основой для освоения последующих дисциплин/практик:

- практики по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности по направленности, научно-исследовательской деятельности и подготовке научно-квалификационной работы (диссертации) на соискание ученой степени кандидата наук, представления научного доклада об основных результатах подготовленной научно-квалификационной работы (диссертации) (для компетенции ОПК-1);
- «Бэровская классификация функций», научно-исследовательской деятельности и подготовке научно-квалификационной работы (диссертации) на соискание ученой степени кандидата наук, представления научного доклада об основных результатах подготовленной научно-квалификационной работы (диссертации) (для компетенции ПК-2).

4. Объем дисциплины (модуля)

4.1. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием академических (астрономических) часов и виды учебной работы

Виды учебной работы	Очная форма
Общая трудоемкость в зачетных единицах	3
Общая трудоемкость в часах	108
Аудиторные занятия в часах, в том числе:	46
Лекции	16
Практические занятия	30
Лабораторные занятия	-
Самостоятельная работа в часах	26+36
Формы промежуточной аттестации	Зачет в 4 семестре, экзамен в 5 семестре

4.2. Объем контактной работы на 1 обучающегося

Виды учебных занятий	Очная форма
Лекции	16
Практические занятия	30
Лабораторные занятия	-
Консультации (на группу)	2,8
Зачет/зачеты	0,25
Экзамен/экзамены	0,35
Курсовые работы	-
Курсовые проекты	-
Всего	49,4

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам), с указанием количества часов и видов занятий

5.1. Тематический план учебной дисциплины

№	Название раздела, темы	Всего з.е/час	Аудиторные занятия			Самостоятельная работа
			Лекц.	Практ.	Лаб.	
1	Виды систем	7	2	2	-	3
2	Устойчивость	6	2	2	-	2
3	Функция Ляпунова	12	2	6	-	4
Зачет		-	-	-	-	-
Всего за 4 семестр:		25	6	10	-	9
4	Теорема Ляпунова	15	2	8	-	5
5	Устойчивость в неавтономных системах	13	3	6	-	4
6	Показатели Ляпунова	11	3	4	-	4
7	Генеральный показатель	8	2	2	-	4

Экзамен	36	-	-	-	36
Всего за 5 семестр:	83	10	20	-	53
Итого:	3/108	16	30	-	62

Примечание: 36 часов на экзамен взято из самостоятельной работы в обоих семестрах, поэтому часы самостоятельной работы отличаются от плановых по семестрам.

5.2. Содержание

Тема 1. Виды систем. Автономные системы. Положение равновесия, линеаризация. Фазовый портрет. Неавтономные системы. Линейные неоднородные системы. Линеаризация неавтономной системы.

Тема 2. Устойчивость. Задачи, приводящие к понятию устойчивости. Устойчивость по Ляпунову, асимптотическая устойчивость. Условная устойчивость.

Тема 3. Функция Ляпунова. Производная в силу системы. Построение функции Ляпунова. Первый метод Ляпунова.

Тема 4. Теорема Ляпунова. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению (для автономных систем). Фазовые портреты нелинейных двумерных систем.

Тема 5. Устойчивость в неавтономных системах. Понятие показателя Ляпунова. Теорема Ляпунова об условной устойчивости в неавтономных системах.

Тема 6. Показатели Ляпунова. Показатель экспоненциального роста функции. Показатель решения. Согласованные и несогласованные базисы. Формула показателя Ляпунова.

Тема 7. Генеральный показатель. Равномерная устойчивость. Генеральный показатель. Формула генерального показателя в случае ограниченности системы. Показатели Боля и особьей.

6. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

Литература для проведения практических занятий и самостоятельной работы обучающихся:

[1] Петровский И. Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений: учебное пособие / И. Г. Петровский. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 206 с. ISBN 978-5-9221-1144-7 <http://znanium.com/bookread2.php?book=544800>

[2] Филиппов А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям : учеб. пособие для студентов вузов : допущено М-вом высшего и среднего спец. образования СССР / А. Ф. Филиппов. - Изд. 5-е, испр. - М. : Наука, 1979. - 128 с. : ил. - 0.25.

6.1. Самостоятельная работа обучающихся по дисциплине

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Задание	Часы	Методические рекомендации по выполнению задания	Форма контроля
1	Виды систем	Изучение литературы, решение задач	3	Лекционный материал, [1] (с. 114-144)	Индивидуальная консультация, устный опрос, индивидуальное собеседование
2	Устойчивость	Изучение литературы, решение задач	2	Лекционный материал, [1] (с. 149-152)	Индивидуальная консультация, устный опрос, индивидуальное собеседование
3	Функция Ляпунова	Изучение литературы, решение задач	4	Лекционный материал, [1] (с. 163-167)	Индивидуальная консультация, устный опрос, индивидуальное собеседование
4	Теорема Ляпунова	Изучение литературы, решение задач	5	Лекционный материал, [1] (с. 183-186)	Индивидуальная консультация, устный опрос, индивидуальное собеседование
5	Устойчивость в неавтономных системах	Изучение литературы, решение задач	4	Лекционный материал, [1] (с. 188-210)	Индивидуальная консультация, устный опрос, индивидуальное собеседование
6	Показатели Ляпунова	Изучение литературы, решение задач	4	Лекционный материал, [1] (с. 243-246)	Индивидуальная консультация, устный опрос, индивидуальное собеседование
7	Генеральный показатель	Изучение литературы, решение задач	4	Лекционный материал, [1] (с. 223-229)	Индивидуальная консультация, устный опрос, индивидуальное собеседование
	Подготовка к сдаче экзамена	Изучение литературы, решение типовых задач	36	Лекционный материал, [1], [2]	Экзамен

6.2. Тематика и задания для практических занятий

№	Наименование темы	Содержание практического занятия	Рекомендуемые материалы для практического занятия
1	Виды систем	Автономные системы. Положение равновесия, линеаризация. Фазовый портрет и его искажение в нелинейном случае	[2], с. 65-72

2	Устойчивость	Исследование автономной и неавтономной системы на устойчивость	[2], с. 59-64
3	Функция Ляпунова	Вычисление производных в силу системы. Построение функций Ляпунова	[2], с. 72-80
4	Теорема Ляпунова	Применение теоремы Ляпунова об условной устойчивости при построении фазовых портретов	[2], с. 114-118
5	Устойчивость в неавтономных системах	Исследование условной устойчивости в неавтономных системах	[2], с. 127-132
6	Показатели Ляпунова	Вычисление спектра системы	[2], с. 142-145
7	Генеральный показатель	Исследование автономной и неавтономной системы на равномерную устойчивость	[2], с. 161-170

6.3. Тематика и задания для лабораторных занятий

Лабораторные занятия по данной дисциплине не запланированы.

6.4. Методические рекомендации для выполнения курсовых работ

Курсовые работы по данной дисциплине не запланированы.

7. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

<i>Основная литература</i>		
1	Ильяшенко Ю. С. Аналитическая теория дифференциальных уравнений : монография. Т. 1 / Ю. С. Ильяшенко, С. Ю. Яковенко. - М. : МЦНМО, 2013. - 428 с. - Предм. указ.: с. 417-421. - Библиогр.: с. 422-428. - ISBN 978-5-4439-0230-2 : 345.45.	1
2	Петровский И. Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений: учебное пособие / И. Г. Петровский. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 206 с. ISBN 978-5-9221-1144-7 http://znanium.com/bookread2.php?book=544800	
3	Петровский И. Г. Лекции об уравнениях с частными производными / И. Г. Петровский. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 404 с. - (Классика и современность) (Математика). - ISBN 978-5-9221-1090-7 : 160.00.	2
<i>Дополнительная литература</i>		
1	Агафонов С. А. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений : допущено Науч.-метод. советом / С. А. Агафонов, Т. В. Муратова. - М. : Академия, 2008. - 240 с. - (Университетский учебник. Серия "Прикладная математика и информатика"). - Библиогр.: с. 231-232. - Предм. указ.: с. 233-235. - ISBN 978-5-7695-2581-0 : 137.94.	7

2	Дифференциальные и интегральные уравнения. Вариационное исчисление в примерах и задачах / А. Б. Васильева [и др.]. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 432 с. - (Курс высшей математики и математической физики / под ред. А. Н. Тихонова [и др.] ; Вып. 10). - Библиогр.: с. 430-431. - ISBN 5-9221-0276-1 : 335.61.	5
3	Егоров А. И. Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями / А. И. Егоров. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 384 с. - Библиогр.: с. 375-376. - Предм. указ.: с. 377-380. - ISBN 5-9221-0385-7 : 150.00.	1
4	Егоров А. И. Теорема Коши и особые решения дифференциальных уравнений [Электронный ресурс] / А. И. Егоров. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2008. - 256 с. - ISBN 978-5-9221-0942-0 http://znanium.com/bookread2.php?book=544694	
5	Желиговский В. А. Математическая теория устойчивости магнитогидро-динамических режимов к длинномасштабным возмущениям : монография / В. А. Желиговский ; предисл. Д. Д. Соколова. - М. : КРАСАНД, 2010. - 352 с. : ил. - Библиогр.: с. 332-351. - ISBN 978-5-396-00064-3 : 240.00. Дар РФФИ	1
6	Линейные системы обыкновенных дифференциальных уравнений [Электронный ресурс] : учеб.-метод. пособие / К. Е. Ширяев [и др.] ; М-во образования и науки РФ, Костром. гос. ун-т им. Н. А. Некрасова. - Электрон. текст. дан. - Кострома : КГУ, 2014. - 41 с. - Б. ц. Загл. с экрана	1
7	Марголина Н. Л. Некоторые виды устойчивости в линейных системах с неограниченными коэффициентами : автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук : спец. 01 01 02 - дифференциальные уравнения / Н. Л. Марголина ; МГУ им. М. В. Ломоносова, Механико-математический фак. - М., 2009. - 10, [1] с. - Библиогр.: с. 10. - 10.00.	1
8	Немыцкий В. В. Качественная теория дифференциальных уравнений / В. В. Немыцкий, В. В. Степанов. - М. ; Л. : ОГИЗ Государственное изд-во технико-теоретической лит., 1947. - 448 с. : ил. - ISBN 978-5-4475-1957-5 ; То же [Электронный ресурс]. http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=255775	
9	Федорюк М. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения / М. В. Федорюк. - Изд. 3-е, стер. - СПб. : Лань, 2003. - 448 с. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Библиогр.: с. 445-447. - ISBN 5-8114-0491-3 : 120.00	1
10	Филиппов А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям : учеб. пособие для студентов вузов : допущено М-вом высшего и среднего спец. образования СССР / А. Ф. Филиппов. - Изд. 5-е, испр. - М. : Наука, 1979. - 128 с. : ил. - 0.25.	5

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

Библиотека КГУ <http://library.ksu.edu.ru/>
ЭБС «Лань» <http://e.lanbook.com/>
ЭБС Университетская библиотека онлайн <http://biblioclub.ru>
ЭБС «ZNANIUM.COM» <http://znanium.com>

9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Ауд. 412 корп. Е – аудитория для лекционных, семинарских/практических занятий, индивидуальных/групповых консультаций, текущего	Число посадочных мест – 50	Специальное ПО не требуется
--	----------------------------	-----------------------------

контроля и промежуточной аттестации		
Ауд. 406 корп. Е – помещение для самостоятельной работы (компьютерный класс)	Число посадочных мест – 24. Число мест оборудованных компьютерами – 12 с выходом в интернет Оснащенность: компьютер для преподавателя, стационарный проектор, переносной экран	Свободно распространяемый офисный пакет с открытым исходным кодом LibreOffice
Ауд. 201 корп. Б1 – помещение для самостоятельной работы (читальный зал)	Число посадочных мест – 200. Оснащенность: 3 компьютера для сотрудников; принтер; копир/принтер; проектор; 2 экрана для проектора; ворота «Антивор»; WiFi- точка доступа	Свободно распространяемый офисный пакет с открытым исходным кодом LibreOffice; автоматизированная информационно- библиотечная система «МАРК – SQL»
Ауд. 202 корп. Б1 – помещение для самостоятельной работы (электронный читальный зал)	Число посадочных мест – 22. Число мест, оборудованных компьютерами – 22 с выходом в интернет. Оснащенность: 4 компьютера для сотрудников; 4 принтера; плоттер; 2 сканера; МФУ; ЛСД ТВ	Свободно распространяемый офисный пакет с открытым исходным кодом LibreOffice; автоматизированная информационно- библиотечная система «МАРК – SQL»